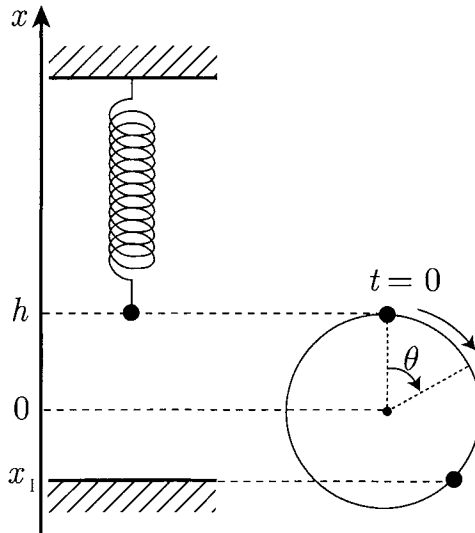


# 物 理 問 題

(解答はすべて物理解答用紙に記入すること)

- [1] 天井からバネ定数  $k$  のバネによって質量  $m$  の小球がつり下げられている。鉛直上向きを  $x$  軸の正の向きとし、小球に働く重力と弾性力が釣り合う位置を原点 ( $x = 0$ )、床の位置を  $x = x_1$  とする。図のように、小球を  $x = h$  ( $h > 0$ ) まで鉛直上向きに持ち上げ、時刻  $t = 0$  に静かに手をはなしたときの小球の運動について考える。以下の問に答えよ。重力加速度の大きさを  $g$  とし、空気の抵抗およびバネの重さは無視できるものとする。



- I.  $x_1 < -h$  のとき、小球は床と衝突せず単振動をする。

問 1 単振動の周期  $T$  を、 $m$ 、 $k$  を用いて表せ。

- II. 次に、床の位置  $x_1$  が  $-h < x_1 < 0$  であり、小球が床と弾性衝突する場合について考える。

問 2 小球の位置  $x$  を時刻  $t$  の関数として図示せよ。なお、解答用紙のグラフに示してある曲線は、床が存在しない場合の小球の運動を表している。

問 3 以下の文章中の空欄にふさわしい式を解答欄に記入せよ。ただし、各式は各欄に記載した文字のうち必要なものを用いて表せ。

小球は一定の時間間隔  $\Delta t$  で床と衝突を繰り返す。小球が最初に床と衝突する時刻を  $t = t_1$  とすると、時間間隔は  $\Delta t =$  (1)  $t_1, T$  となる。

ここで、小球の運動を図のように半径  $h$ 、周期  $T$  の時計回りの等速円運動と対応させて考えてみる。時刻  $t = 0$  における円運動の回転角を  $\theta = 0$  とすると、小球が初めて床と衝突する時刻  $t = t_1$  での回転角  $\theta_1$  [rad] は  $\theta_1 =$  (2)  $t_1, T$   $=$  (3)  $T, \Delta t$  である。したがって、 $\Delta t$  は、 $\cos$  (3)  $=$  (4)  $h, x_1$  の関係を満たすことがわかる。

Ⅲ. 次に、床の位置  $x_1$  はⅡと同じであるが、小球と床との衝突が非弾性衝突である場合について考える。ただし、小球と床の反発係数を  $e$  ( $0 < e < 1$ ) とする。

問 4 以下の文章中の空欄 (1) と (2) にふさわしい式を解答欄に記入せよ。各式は、各欄に記載した文字のうち必要なものを用いて表せ。また、(3) は正しいものを選び。

時刻  $t = t_1$  に、小球が床と初めて衝突する直前の小球の速さ  $v_0$  は、 $v_0 =$  (1)  $m, k, h, x_1$  である。床と衝突した後、小球は位置  $h_1 =$  (2)  $v_0, e, m, k, x_1$  まで到達し、再び落下して床と衝突する。Ⅱ で考えた、小球と床が弾性衝突する場合の衝突の時間間隔  $\Delta t$  と比較すると、小球が初めて床と衝突してから次に床と衝突するまでの時間間隔は (3) 長くなる, 変化しない, 短くなる 。

問 5 小球は床と衝突を繰り返す。 $n$  回目の衝突直後の小球の速度  $v_n$  と、その後  $(n + 1)$  回目に衝突するまでに到達する最高点の位置  $h_n$  を、 $v_0$ ,  $e, m, k, x_1, n$  のうち必要なものを用いて表せ。

問 6 小球が十分多数回床と衝突を繰り返した後, 小球はどのような運動をしているか述べよ。

問 7  $t = 0$  から問 6 の運動になるまでに失った力学的エネルギーの大きさを求めよ。

〔2〕 ロの字型の鉄心に導線を巻き付けたコイルに関して考察しよう。

I. 図1に示すような電気回路を考える。コイル1は鉄心に導線を  $n_1$  回巻き付けて製作されている。コイル1の内部抵抗を  $r$  として、図1の電気回路ではわかりやすいようにコイル1のとなりに分けて描いてある。電池の起電力を  $E$ 、コイル1と並列に接続した抵抗の抵抗値を  $R$  とする。

磁束が鉄心の外に漏れることはないとする。この場合、鉄心中をつらぬく磁束は鉄心に巻かれたすべてのコイルからの寄与の総和となる。磁場(磁界)は図1の矢印の向きを正とする。また、正の向きに磁場を発生させるためにコイルに流す電流の向きを正とする。

図1と同じ鉄心にコイルを1回だけ巻いて電流  $I_0$  を流すと、鉄心中に  $L_0 I_0$  の磁束が生じた。ここで、 $L_0$  はこの1巻きコイルの自己インダクタンスである。また、鉄心中の磁束が  $\Delta t$  の間に  $\Delta\phi$  だけ変化したときに、この1巻きコイルに生じる誘導起電力は  $-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$  であった。

電池の内部抵抗は無視できるとして、以下の間に答えよ。

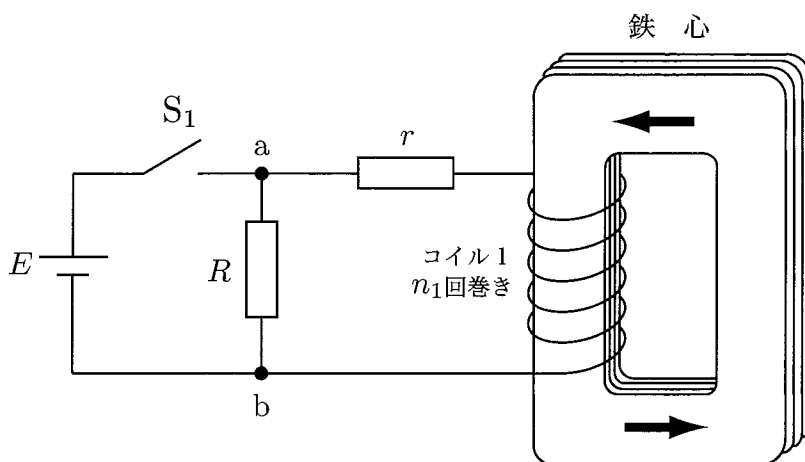


図1

- 問 1 コイル 1 に電流  $I_1$  を流したときに鉄心中に生じる磁束を,  $L_0, n_1, I_1$  を用いて表せ。
- 問 2 コイル 1 の自己インダクタンスを,  $L_0, n_1$  を用いて表せ。
- 問 3 最初スイッチ  $S_1$  を開いておき, 時刻  $T_0$  で  $S_1$  を閉じた。  $S_1$  を閉じた直後にコイル 1 に生じる誘導起電力を,  $E, r, R, L_0, n_1$  のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 4 時刻  $T_0$  から十分時間が経過した後に鉄心中をつらぬいている磁束を,  $E, r, R, L_0, n_1$  のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 5 時刻  $T_0$  から十分時間が経過した時刻  $T_1$  に  $S_1$  を再び開いた。  $S_1$  を開いた直後の, 図中 b を基準にした a の電位を,  $E, r, R, L_0, n_1$  のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 6 図中 b を基準にした a の電位の時間変化のおおよそのようすを描け。ただし  $R = 3r$  とせよ。解答用紙のグラフの横軸にはあらかじめ時刻  $T_0$  と  $T_1$  を示してある。また, 時刻  $T_2$  は十分大きく, この時刻では電圧はほぼ一定値に落ち着いているとせよ。

II. 次に図2に示すように、図1の回路に加えて鉄心に導線を  $n_2$  回巻き付けたコイル2と電流計、スイッチ  $S_2$  を接続した。コイル2の導線や電流計の内部抵抗は無視できるほど小さいので以下ではゼロとする。以下の文章中の空欄に、各空欄中に指示した記号の中から必要なものを用いた適切な数式または数字を書き入れよ。

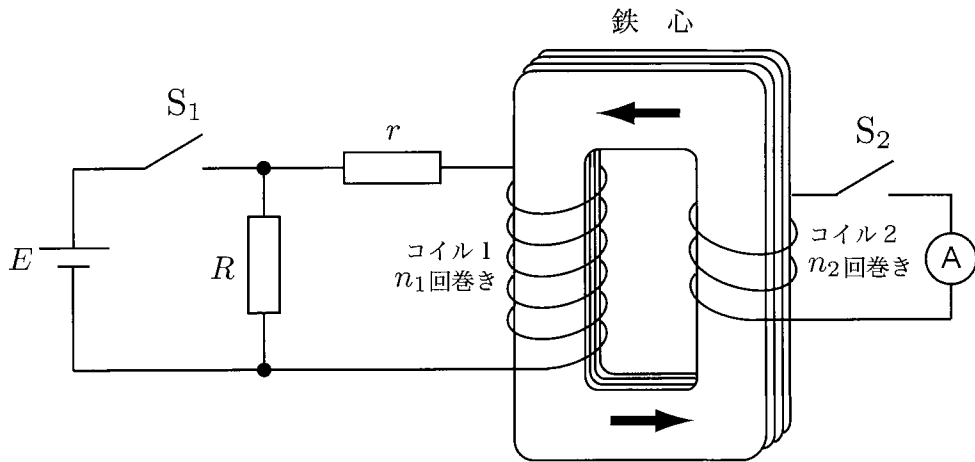


図2

コイル1の電流が時間  $\Delta t$  の間に  $\Delta I_1$  だけ変化すると、それにとまって鉄心中の磁束が時間変化するためコイル2には誘導起電力

(7)  $[L_0, n_1, n_2, \Delta I_1, \Delta t]$  が発生する。

ところで、鉄心中をつらぬく磁束は鉄心に巻かれたすべてのコイルからの寄与の総和なので、コイル1に流れる電流  $I_1$  とコイル2に流れる電流  $I_2$  がともに変化する場合、鉄心中の全磁束の変化量  $\Delta \Phi$  はコイル1に流れる電流  $I_1$  の変化による磁束の変化量とコイル2に流れる電流  $I_2$  の変化 ( $\Delta I_2$ ) による磁束の変化量の和となる。このことから、コイル1に流れる電流  $I_1$  とコイル2に流れる電流  $I_2$  がともに変化する場合にコイル2に生じる誘導起電力は、(8)  $[L_0, n_1, n_2, \Delta I_1, \Delta I_2, \Delta t]$  と表すことが

できる。同様にして、 $\Delta I_1$  と  $\Delta I_2$  によってコイル 1 に生じる誘導起電力は、

$$(9) [L_0, n_1, n_2, \Delta I_1, \Delta I_2, \Delta t]$$

さてここで、スイッチ  $S_2$  を閉じた状態を考察してみよう。コイル 2 の回路の抵抗はゼロなので、キルヒホッフの第 2 法則よりコイル 2 に生じる誘導起電力はゼロでなければならない。このことと、式 (8), (9) を用いると、コイル 1 の誘導起電力は  $(10) [L_0, n_1, n_2, \Delta I_1, \Delta t]$  となる。このときの磁束の変化は、 $\Delta \Phi = (11) [L_0, n_1, n_2, \Delta I_1]$  となっている。

したがって、スイッチ  $S_2$  を閉じた状態で、最初開いていたスイッチ  $S_1$  を閉じた直後にコイル 1 に流れる電流は、 $I_1 = (12) [E, r, R, L_0, n_1, n_2]$  となる。このとき、コイル 2 を流れる電流を電流計で測定すると、 $I_2 = (13) [n_1, n_2] \times I_1$  となっている。ただし、スイッチ  $S_1$  を閉じる直前のコイル 2 には電流は流れていなかったとする。

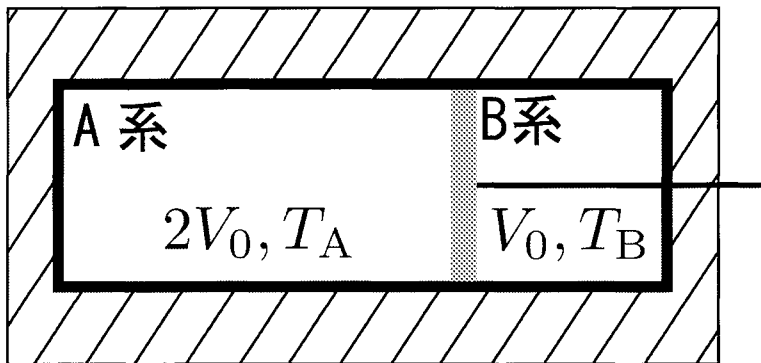
〔3〕 図のように、外部と熱の出入りがないように周囲を断熱材で囲んだシリンダーがあり、外部から支えることができるように棒がとりつけられたピストンで、シリンダーの内部が区切られている。ピストンは短い時間では熱を通さないとみなすことができる。またピストンを支える棒は熱を通さない。ピストンとそれを支える棒、およびシリンダーの熱容量は無視できる。さらにピストンとシリンダーの間の摩擦はないものとする。

ピストンによって分けられたシリンダー内部の右と左の部分に、それぞれ 1 mol の単原子分子理想気体が入っている。以下、左の部分を A 系、右の部分を B 系と呼ぶ。単原子分子理想気体の定積モル比熱を  $C_V$ 、気体定数を  $R$  とする。また、温度はすべて絶対温度とする。

最初、A 系の体積が  $2V_0$ 、B 系の体積が  $V_0$ 、また温度がそれぞれ  $T_A$ 、 $T_B$  であり、ピストンは何の支えもなく静止していた。これを初期状態と呼ぶことにする。

問 1  $T_A$  と  $T_B$  の間に成り立つ関係式を求めよ。

初期状態から、A 系と B 系の温度と圧力が等しくなるような状態への変化の過程を、次の I と II の場合について考えてみよう。





[I の場合]

初期状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し、A系とB系の温度と圧力が等しい状態に達した。このときB系の体積が $V_1$ 、温度が $T_1$ となった。

問 2  $V_1$  を  $V_0$  を用いて表せ。

問 3  $T_1$  を  $T_B$  を用いて表せ。

[II の場合]

初期状態でピストンを固定した。この状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し、A系とB系の温度が等しい状態に達した。このとき温度が $T_2$ となった。

問 4  $T_2$  を  $T_B$  を用いて表せ。

問 5 この変化の過程でA系からB系に移動した熱量を $C_V$ 、 $T_B$ を用いて表せ。

この状態はA系とB系の温度は同じであるが、圧力は異なる。ここで手でピストンを支えながら固定を解き、A系とB系が同じ圧力になるまでピストンを支えながら単調に動かし、単原子分子理想気体を断熱変化させた。このときB系の体積が $V_3$ 、圧力が $p_3$ となった。また、単原子分子理想気体の断熱変化に対して、圧力 $p$ および体積 $V$ の間には、 $pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定}$ という関係が成立する。

問 6  $p_3$  を、 $R$ 、 $T_2$ 、 $V_0$ 、 $V_3$ を用いて表せ。

問 7  $V_3$  を  $V_0$  を用いて表せ。必要であれば $2^{\frac{1}{5}}$  を  $\alpha$ 、 $3^{\frac{1}{5}}$  を  $\beta$  として用いてもよい。

これで圧力がつり合ったので手の支えをはなす。しかしこの状態は温度が異なる。この状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し、A系とB系の温度と圧力が等しい状態に達した。このとき温度が $T_4$ となった。

**問 8** Iの場合に問3で求めた温度 $T_1$ と、IIの場合の温度 $T_4$ は、どちらが高いか、または同じか。以下より適当なものを選び、解答欄にその記号を記入せよ。また、その理由も簡潔に述べよ。

ア.  $T_1 > T_4$       イ.  $T_1 = T_4$       ウ.  $T_1 < T_4$